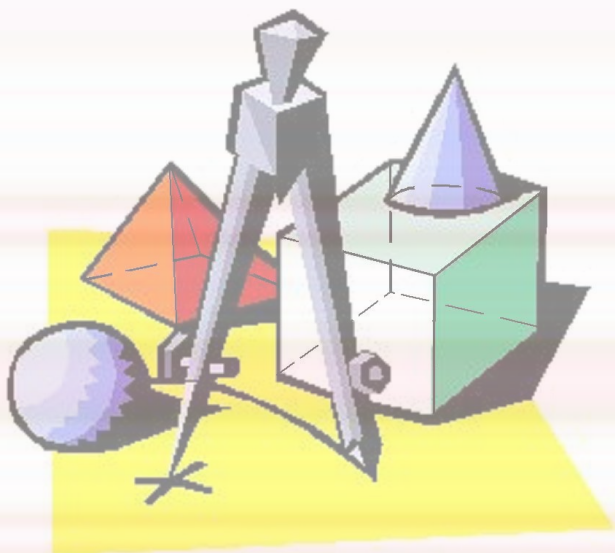


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

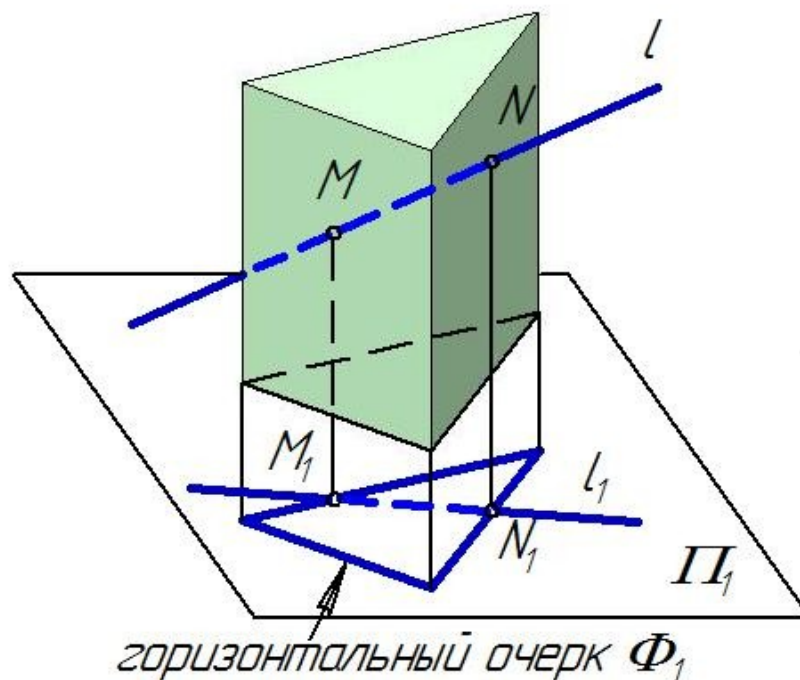
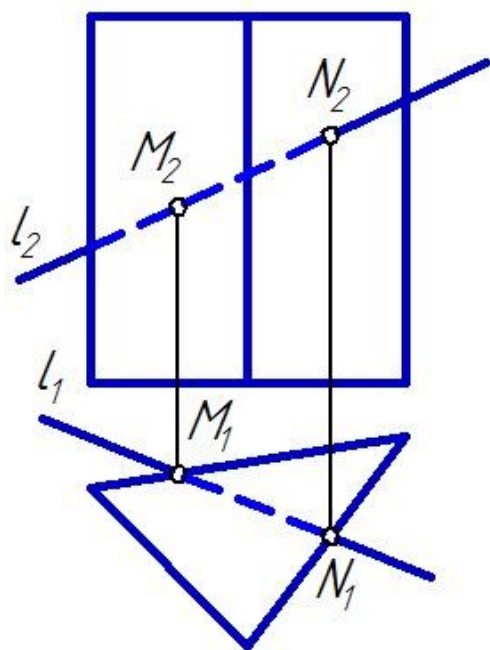
Лекция № 8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТИ



Составитель Н.В. Савченко

Частный случай 1: Пересекаются прямая общего положения l и проецирующая поверхность

В случае проецирующей поверхности одна из проекций искомых точек пересечения определяется сразу, исходя из принадлежности их этой проецирующей поверхности.



Призма является проецирующей на Π_2 . Горизонтальные проекции точек пересечения лежат на пересечении горизонтального очерка с проекцией прямой l .

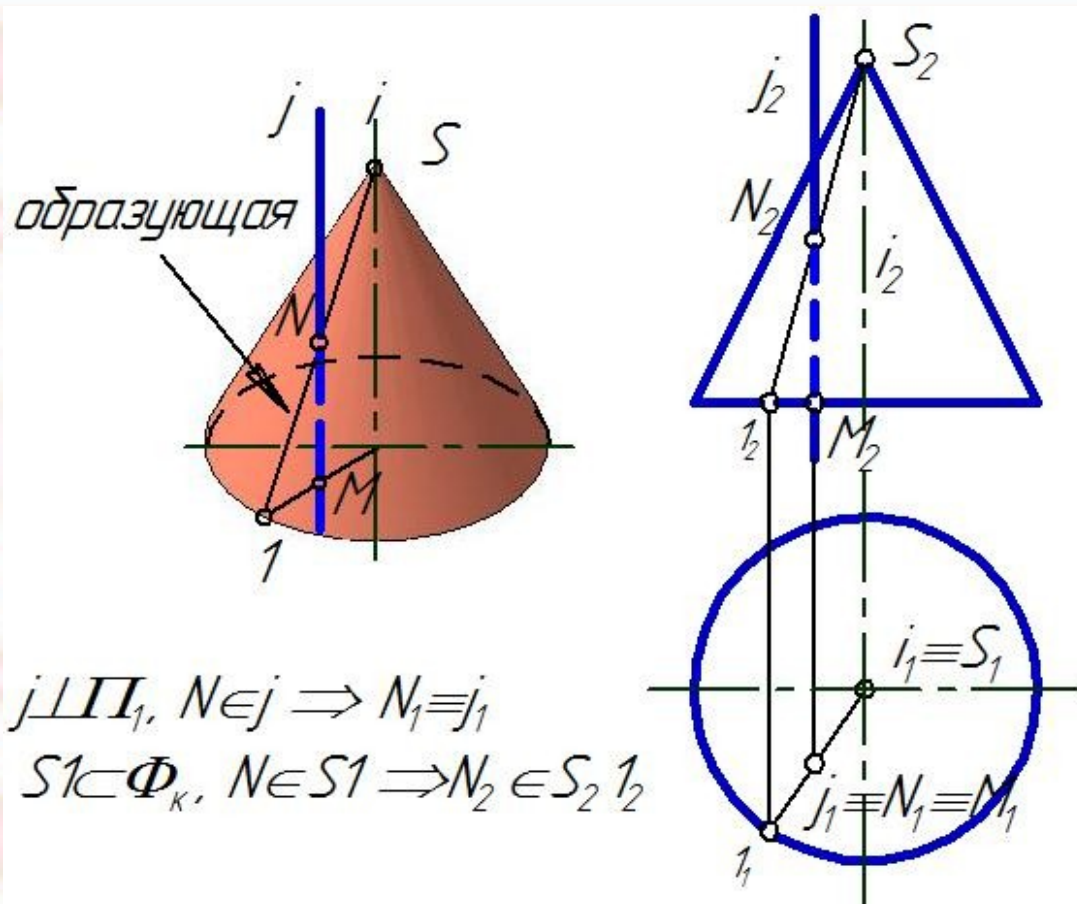
Вторая проекция точек определяется исходя из принадлежности их прямой l .

$$N, M = l \cap \Phi$$

$$N, M \in \Phi, \Phi^\delta \perp \Pi_1 \Rightarrow M_1, N_1 \in \Phi_1 (M_1, N_1 = l_1 \cap \Phi_1)$$

$$N, M \in l \Rightarrow N_2, M_2 \in l_2$$

Частный случай 2: Пересекаются проецирующая прямая j и непроецирующая поверхность



Прямая является проецирующей относительно Π_1 . Горизонтальные проекции точек совпадают с вырожденной проекции прямой.

Вторая проекция точки N определяется с помощью образующей S_1 . Проекция точки M лежит на проекции основания

Пересечение многогранника плоскостью

Сечение многогранника – многоугольник.

В зависимости от того, сколько ребер и сторон основания пересекает плоскость, столько вершин имеет сечение многогранника.

Способы построения линии сечения многогранника

Способ ребер: Определение точек пересечения ребер и сторон основания многогранника с заданной плоскостью. В этом случае вспомогательные плоскости проводятся через ребра.

При этом задача сводится к задаче на нахождение точки пересечения прямой с плоскостью

Способом граней: Определение линии пересечения граней и основания многогранника с плоскостью.

Задача сводится к задаче на нахождение линии пересечения плоскостей.

Общий случай. Пересекаются непроецирующая поверхность и прямая общего положения .

Алгоритм

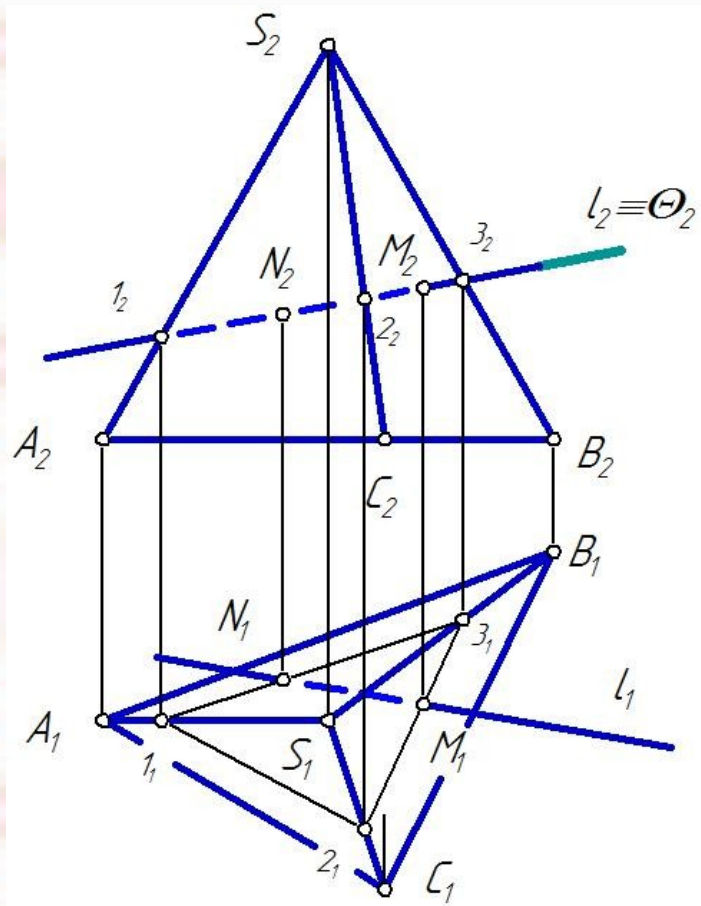
- 1) Прямая заключается в дополнительную (вспомогательную) плоскость.
- 2) Строится линия пересечения вспомогательной плоскости с поверхностью.
- 3) Определяются точки пересечения полученного сечения с заданной прямой.

$$\begin{array}{l} 1. l \subset \Theta \\ 2. \Theta \cap \Phi_{\text{пов}} = q \\ 3. l \cap q = M, N \end{array}$$

В качестве вспомогательных плоскостей могут выбираться плоскости общего и частного положения.

Они должны пересекать поверхность по геометрически простым линиям

Пример 1. Применение в качестве дополнительной плоскости плоскости частного положения.



1. $l \subset \Theta(\Theta_2) \perp \Pi_2$
2. $\Theta \cap \Phi_n = 1-2-3$
3. $1-2-3 \cap l = l \cap \Phi_n = N, M$

Прямая l заключена во фронтально-проецирующую плоскость, пересекающую пирамиду по треугольнику 1-2-3. Эта линия пересекается с заданной прямой в точках M, N .

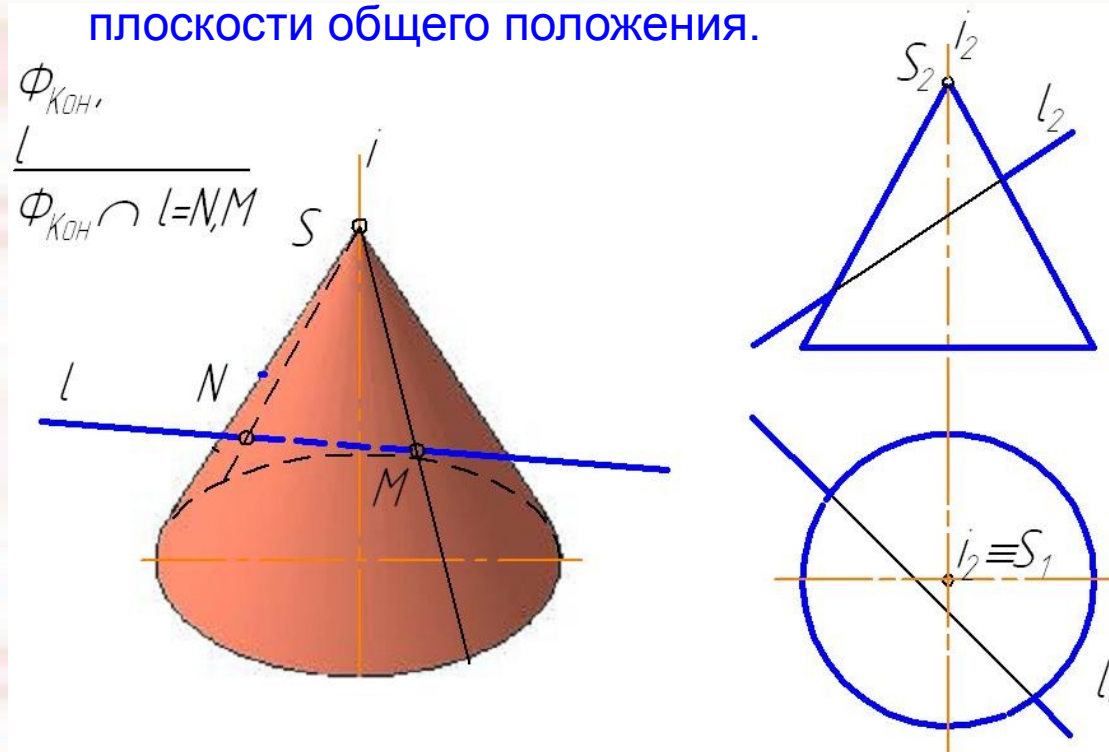
Видимость прямой определяется по принадлежности точек пересечения граням пирамиды

Виден тот луч прямой, который исходит из видимой точки.

Видна та точка, которая лежит на видимой грани.

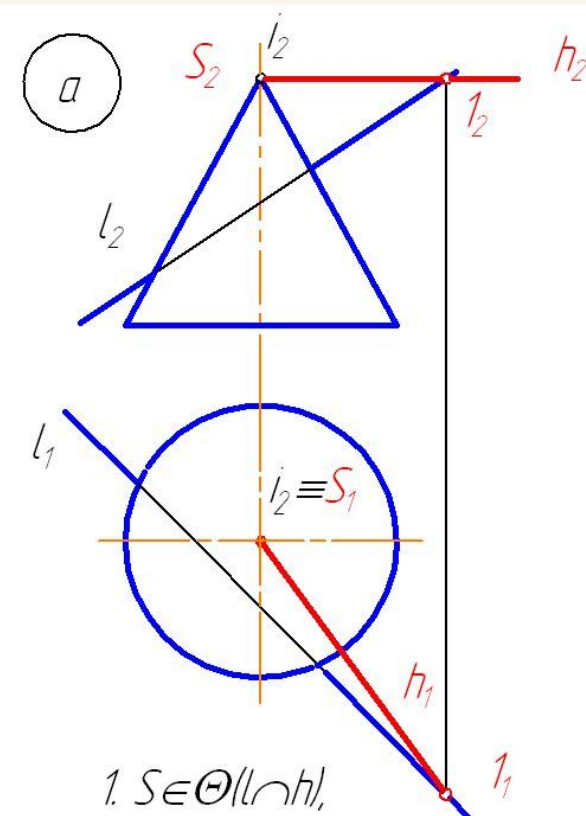
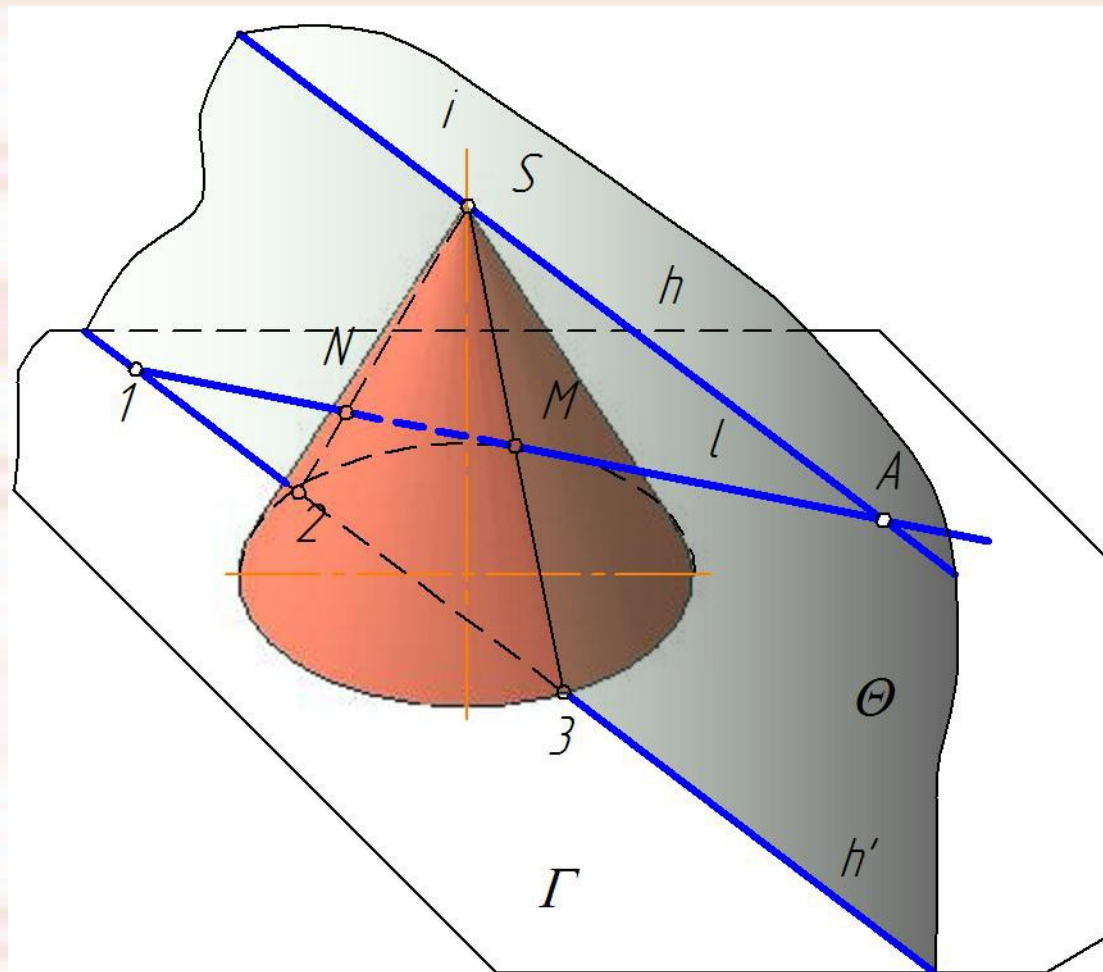
Пример 2. Применение в качестве дополнительной плоскости плоскости общего положения.

В случае, когда плоскости частного положения дают линию пересечения, проекции которой трудно точно построить на КЧ, выбирают дополнительную плоскости общего положения.



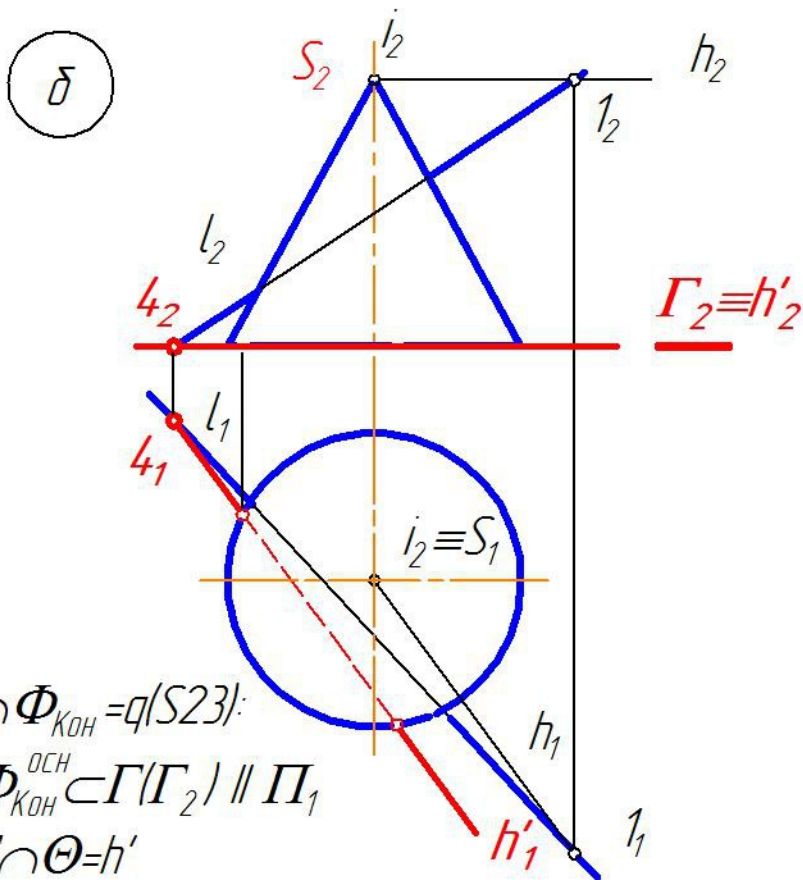
Заданная прямая l и ось вращения i – скрещивающиеся прямые.

Если прямую заключить во фронтально-проецирующую плоскость, она пересечет конус по эллипсу, если заключить в горизонтально-проецирующую плоскость – сечением будет гипербола.



Дополнительная плоскость общего положения, пересекающая конус по образующим (проходит через вершину и пересекала основание поверхности).

Плоскость задается двумя пересекающимися прямыми, одна из которых – заданная прямая l , другая – произвольная прямая, проходящая через вершину конуса (в данном примере выбрана горизонталь).



2. $\Theta \cap \Phi_{\text{кон}} = q(S23):$

1) $\Phi_{\text{кон}}^{\text{осн}} \subset \Gamma(\Gamma_2) \parallel \Pi_1$

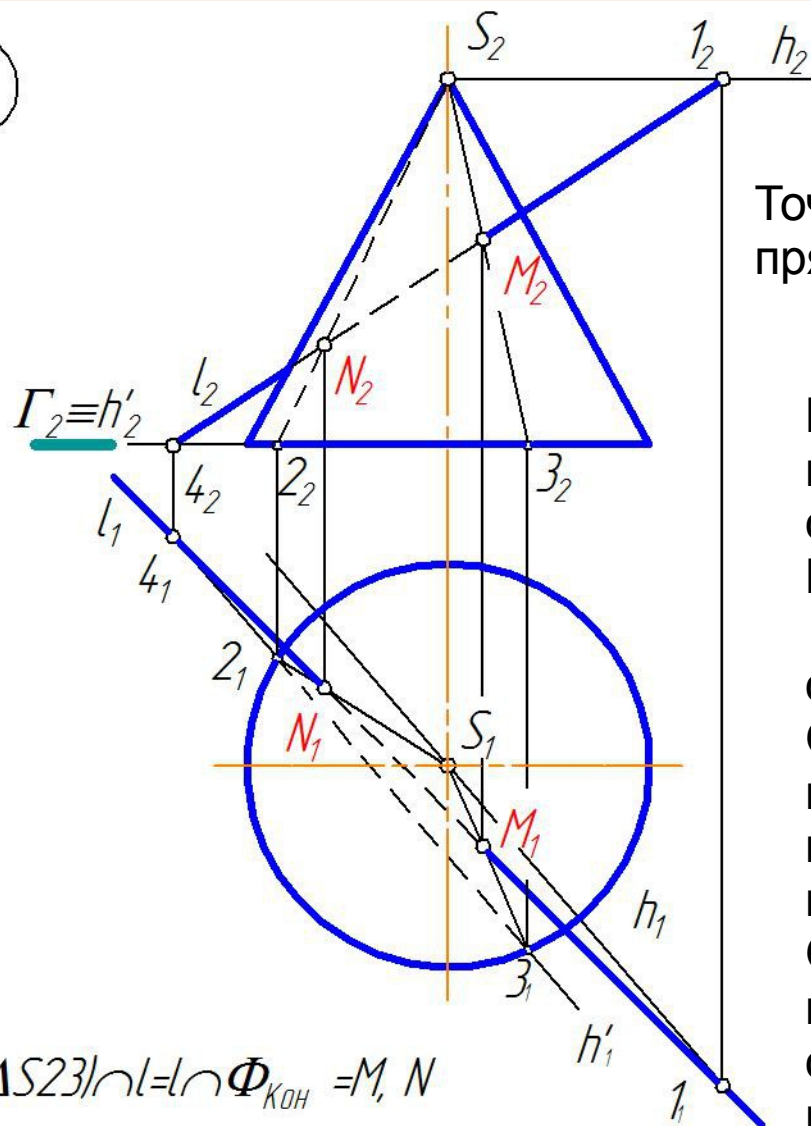
2) $\Gamma \cap \Theta = h'$

Для определения точек основания образующих, по которым дополнительная плоскость пересекается с поверхностью конуса, его основание заключается во вторую дополнительную плоскость $\Gamma(\Gamma_2)$.

Дополнительные плоскости пересекаются между собой по горизонтали h' .

Точки основания образующих (точки 2, 3) находятся в месте линии пересечения дополнительных плоскостей с основанием конуса.

2



$$3. q(\Delta S23) \cap l = l \cap \Phi_{\text{кон}} = M, N$$

Точки N , M и являются точками пересечения прямой с поверхностью.

Видимость прямой определяется по принадлежности точек пересечения образующей.

Видна та часть прямой, которая исходит из точки, принадлежащей видимой образующей.

Относительно горизонтальной плоскости проекций видны все образующие конуса, следовательно видны точки и лучи прямой, исходящие из них.

Относительно фронтальной плоскости проекций видны те образующие, точки основания которых имеют большую координату по оси y , чем фронтальные очерковые образующие (на чертеже не видна образующая $S2$).